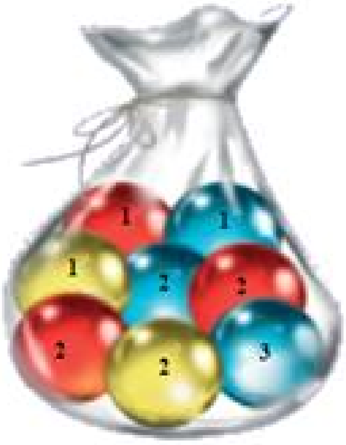
مجلة الأستاذة : قميري سميرة

تمارين في الاحتمالات

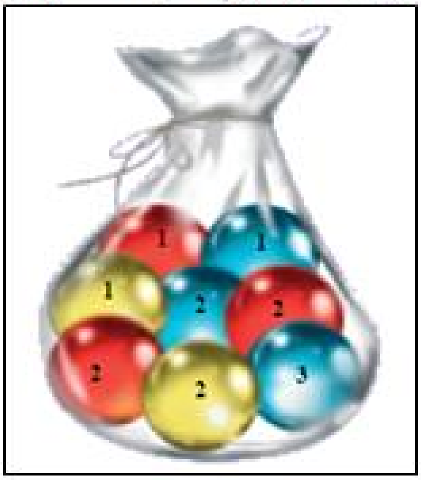
2021/2020



مستوى السنة ثالثة شعبة علوم تجريبية + تقني

تمرين في القوائم

يحتوي كيس على كرتين صفراوين، إحداهما تحمل الرقم 1 و الأخرى تحمل الرقم 2، و ثلاث كرات حمراء مرقمة بـ 1، 2 و 2، وثلاث كرات زرقاء مرقمة من 1 إلى 3.



نسحب ثلاث كرات على التوالي مع الإرجاع.

أحسب عدد الطرق الممكنة لسحب:

1) ثلاث كرات من نفس اللون.
2) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم.
3) كرة صفراء على الأقل.

حل: باستعمال المبدأ الأساسي للعد:

عدد عدد كل الطرق الممكنة للسحب: $8^3 = 512$

1) عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كرات من نفس اللون:

يعني إما سحب ثلاث كرات زرقاء أو سحب ثلاث كرات حمراء أو سحب ثلاث كرات صفراء.

أي إما: الأولى زرقاء والثانية زرقاء والثالثة زرقاء أو الأولى حمراء والثانية حمراء والثالثة حمراء أو الأولى صفراء والثانية صفراء والثالثة صفراء

في كل مرة نختار كرة حمراء من بين ثلاث كرات ونختار الزرقاء من بين ثلاث كرات زرقاء ونختار الصفراء من بين كرتين صفراوين

عدد الطرق: 3 × 3 × 3 + 3 × 3 × 3 + 2 × 2 ×

أو مباشرة باستعمال عدد القوائم: $2^3 + 3^3 + 3^3 = 62$

2) عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم:

يعني إما سحب ثلاث كرات تحمل كل منها الرقم 1 أو سحب ثلاث كرات تحمل كل منها الرقم 2 أو ثلاث كرات تحمل الرقم 3، أي:

إما: الأولى مرقمة 1 والثانية مرقمة 1 والثالثة مرقمة 1 أو الأولى مرقمة 2 والثانية مرقمة 2 والثالثة مرقمة 2 أو الأولى مرقمة 3 والثانية مرقمة 3 والثالثة مرقمة 3

عدد الطرق: $3 \times 3 \times 3 + 4 \times 4 \times 4 + 1 \times 1 \times 1$

أو مباشرة باستعمال عدد القوائم : $1^3 + 3^3 + 4^3 = 92$

3) عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كرات واحدة منها على الأقل صفراء:

يعني سحب كرة واحدة صفراء وكرتين غير صفراوين أو كرتين صفراوين وكرة غير صفراء أو ثلاث كرات صفراء (الترتيب مهم)

أي: الأولى صفراء والثانية غير صفراء والثالثة غير صفراء أو الأولى غير صفراء والثانية صفراء والثالثة غير صفراء أو الأولى غير صفراء والثانية غير صفراء والثالثة صفراء أو الأولى صفراء والثانية صفراء والثالثة غير صفراء أو الأولى غير صفراء والثانية صفراء والثالثة صفراء أو الأولى صفراء والثانية غير صفراء والثالثة صفراء أو الأولى صفراء والثانية صفراء والثالثة صفراء

عدد الطرق: $6 \times 6 \times 2 + 6 \times 2 \times 6 + 2 \times 6 \times 6 + 6 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 6 + 2 \times 6 \times 2 + 2^3 = 296$

الأستاذة فيري سهيلة ثانوية طالب ساعد عين بسام

تمرين في الترتيبات

يحتوي كيس على كرتين صفراوين، إحداهما تحمل الرقم 1 و الأخرى تحمل الرقم 2، و ثلاث كرات حمراء مرقمة بـ 1، 2 و 2، وثلاث كرات زرقاء مرقمة من 1 إلى 3.

نسحب ثلاث كرات على التوالي بدون إرجاع.

أحسب عدد الطرق الممكنة لسحب:

1) ثلاث كرات من نفس اللون.
2) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم.
3) كرة صفراء على الأقل.

حل: باستعمال المبدأ الأساسي للعد:

عدد كل الطرق الممكنة للسحب: $A_8^3 = 336$

1) عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كرات من نفس اللون:

يعني إما سحب ثلاث كرات زرقاء أو سحب ثلاث كرات حمراء

أي: إما: الكرة الأولى زرقاء والثانية زرقاء والثالثة زرقاء أو الكرة الأولى حمراء والثانية حمراء والثالثة حمراء

عدد الطرق: $1 \times 2 \times 3 + 1 \times 2 \times 3$

أو مباشرة باستعمال عدد تبديلات مجموعة ذات 3 عناصر : $3!+3! = 12$

2) عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم:

يعني إما سحب ثلاث كرات تحمل كل منها الرقم 1 أو سحب ثلاث كرات تحمل كل منها الرقم 2

أي: إما: الأولى تحمل الرقم 1 والثانية تحمل الرقم 1 والثالثة تحمل الرقم 1 أو الأولى تحمل الرقم 2 والثانية تحمل الرقم 2 والثالثة تحمل الرقم 2

عدد الطرق: : $2 \times 3 \times 4 + 1 \times 2 \times 3$

أو مباشرة باستعمال عدد التبديلات والترتيبات : $A_4^3 + 3! = 33$

3) عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كرات واحدة منها على الأقل صفراء:

يعني سحب كرة واحدة صفراء وكرتين غير صفراوين أو كرتين صفراوين وكرة غير صفراء

أي: الأولى صفراء والثانية غير صفراء والثالثة غير صفراء أو الأولى غير صفراء والثانية صفراء والثالثة غير صفراء أو الأولى غير صفراء والثانية غير صفراء والثالثة صفراء أو الأولى صفراء والثانية صفراء والثالثة غير صفراء أو الأولى غير صفراء والثانية صفراء والثالثة صفراء أو الأولى صفراء والثانية غير صفراء والثالثة صفراء

عدد الطرق: $5 \times 6 \times 2 = 156$: $1 \times 6 \times 2 + 1 \times 2 \times 6 + 6 \times 1 \times 2 + 2 \times 5 \times 6 + 5 \times 2 \times 6 + 5 \times 6 \times 2 = 156$

تمرين في التوفيقات :

يحتوي كيس على كرتين صفراوين، إحداهما تحمل الرقم 1 و الأخرى تحمل الرقم 2، و ثلاث كرات حمراء مرقمة بـ 1، 2 و 2، وثلاث كرات زرقاء مرقمة من 1 إلى 3. نسحب ثلاث كرات دفعة واحدة.

أحسب عدد الطرق الممكنة لسحب:

1) ثلاث كرات من نفس اللون.
2) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم.
3) كرة صفراء على الأقل.

حل:

عدد الطرق الممكنة للسحب: $C_8^3 = 56$

1) عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كرات من نفس اللون:

يعني إما سحب ثلاث كرات زرقاء أو سحب ثلاث كرات حمراء (الترتيب لا يهم)

عدد الطرق: $C_3^3 + C_3^3 = 2$

2) عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم:

يعني إما سحب ثلاث كرات تحمل كل منها الرقم 1 أو سحب ثلاث كرات تحمل كل منها الرقم 2

عدد الطرق: $C_3^3 + C_4^3 = 1 + 4 = 5$

3) عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كرات واحدة منها على الأقل صفراء:

يعني سحب كرة واحدة صفراء وكرتين غير صفراوين أو كرتين صفراوين وكرة غير صفراء.

عدد الطرق: $C_2^1 C_6^2 + C_2^2 C_6^1 = 2\times15 + 1\times6 = 36$

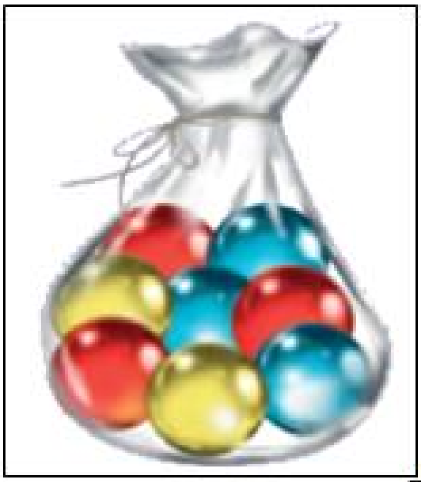
الأستاذة قبري سميرة . ثانوية طالب ساعد عين بسام

تمرين شامل

يحتوي كيس على كرتين صفراوين، ثلاث كرات حمراء وثلاث كرات زرقاء كل الكرات لاتفرق بينها عند اللمس.

نسحب ثلاث كرات عشوائيا.

X : المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الصفراء المسحوبة



- اكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X في حالة

1. السحب دفعة واحدة
2. السحب على التوالي دون إرجاع
3. السحب على التوالي مع الإرجاع

حل: ق.س للرياضيات

1. السحب دفعة واحدة: الترتيب لايهم والتكرار غير ممكن

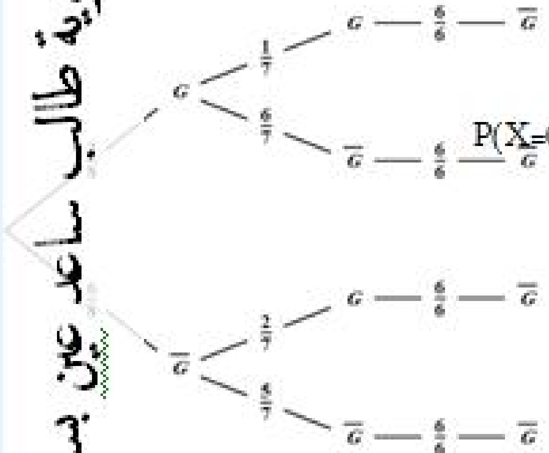
قيم المتغير العشوائي X: $X=\{0,1,2\}$

(X=0) معناه كل الكرات المسحوبة ليست صفراء. $P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_8^3}=\frac{20}{56}$

(X=1) معناه سحب كرة واحدة صفراء وكرتين غير صفراوين. $P(X=1)=\frac{C_2^1C_6^2}{C_8^3}=\frac{30}{56}$

(X=2) معناه سحب كرتين صفراوين وكرة غير صفراء. $P(X=2)=\frac{C_2^2C_6^1}{C_8^3}=\frac{6}{56}$

2. السحب على التوالي دون إرجاع: الترتيب مهم والتكرار غير ممكن



قيم المتغير العشوائي X: $X=\{0,1,2\}$

(X=0) معناه كل الكرات المسحوبة غير صفراء. $P(X=0)=\frac{A_6^3}{A_8^3}=\frac{120}{336}=\frac{20}{56}$

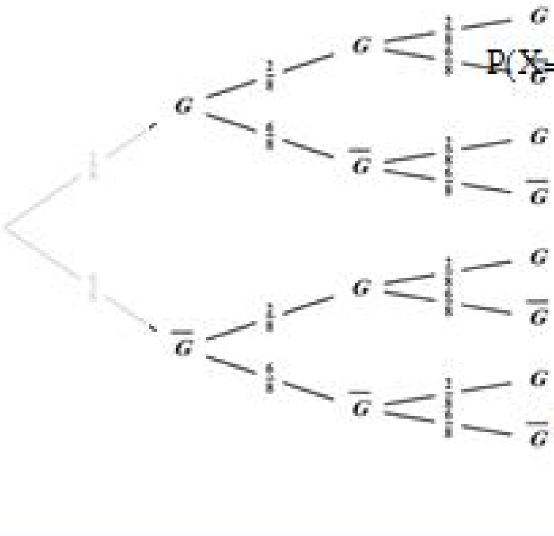
(X=1) معناه سحب كرة واحدة صفراء وكرتين غير صفراوين.

$$P(X=1)=\frac{A_2^1A_6^2+A_6^1A_2^1A_5^1+A_6^2A_2^1}{A_8^3}=\frac{180}{336}=\frac{30}{56}$$

(X=2) معناه سحب كرتين صفراوين وكرة غير صفراء.

$$P(X=2)=\frac{A_2^2A_6^1+A_2^1A_6^1A_1^1+A_6^1A_2^2}{A_8^3}=\frac{36}{336}=\frac{6}{56}$$

3. السحب على التوالي مع الإرجاع: الترتيب مهم والتكرار ممكن



قيم المتغير العشوائي X: $X=\{0,1,2,3\}$

(X=0) معناه كل الكرات المسحوبة غير صفراء. $P(X=0)=\frac{6^3}{8^3}=\frac{216}{512}=\frac{27}{64}$

(X=1) معناه سحب كرة واحدة صفراء وكرتين غير صفراوين.

$$P(X=1)=\frac{2^1\times6^2+6\times2\times6+6^2\times2}{8^3}=\frac{216}{512}=\frac{27}{64}$$

(X=2) معناه سحب كرتين صفراوين وكرة غير صفراء.

$$P(X=2)=\frac{2^2\times6+2\times6\times2+6\times2^2}{8^3}=\frac{72}{512}=\frac{9}{64}$$

(X=3) معناه سحب ثلاث كرات صفراء. $P(X=3)=\frac{2^3}{8^3}=\frac{8}{512}=\frac{1}{64}$

أعداد مركبة + احتمالات

نلقي حجر نرد متجانس سداسي الأوجه مرقم من 1 إلى 6 مرتين متتاليتين ونسجل في كل مرة الرقم الظاهر على الوجه العلوي للحجر.

الجزء الأول:

1) احسب عدد النتائج الممكنة.
2) احسب احتمال أن يكون الرقمان المسجلان أوليين معا.

الجزء الثاني: المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نسمي a الرقم الأول المسجل ونسمي b الرقم المسجل الثاني.

نرفق بكل نتيجة ممكنة (a,b) العدد المركب z حيث: $z = a e^{i\frac{2\pi}{b}}$

1. احسب احتمال أن يكون $|z|=1$
2. احسب احتمال أن يكون العدد z حقيقيا.

حل:

1. عدد النتائج الممكنة: الترتيب مهم والتكرار ممكن 36
2. احتمال أن يكون الرقمان المسجلان أوليين معا:

الأعداد الأولية على الحجر: $\{2,3,5\}$ ، عدد النتائج الملائمة هو عدد القوائم ذات عنصرين من المجموعة $\{2,3,5\}$

$$P_1 = \frac{3^2}{6^2} = \frac{9}{36}$$

3. احتمال أن يكون $|z|=1$:

$|z|=1$ معناه: $a=1$. عدد الحالات الممكنة هو عدد الطرق الممكنة لاختيار العدد b وهي 6

$$P_2 = \frac{6}{6^2} = \frac{1}{6}$$

4. احتمال أن يكون z حقيقيا:

z حقيقي معناه: $b=1$ أو $b=2$ عدد الحالات الممكنة هو 12=6+6 $\quad P_3 = \frac{12}{6^2} = \frac{1}{3}$

الأستاذة فخري سميرة . ثانوية طالب سليمان عين بسام

تمرين في العد من فرض سابق

الجزء الأول:

بعين بسام توجد أربع ثانويات: ثانوية **طالب ساعد**، ثانوية **محمد المقراني**، ثانوية **عماري احمد** وثانوية **بريار عبد الله**

1. بكم طريقة يمكن تنظيم الدور الأول لمنافسة مابين الثانويات –كل لقاء يجمع ثانويتين-؟
2. إذا علمت أن القرعة تتم عشوائيا لاختيار المتنافسين في الدور الأول، ما احتمال أن يتنافس تلاميذ طالب ساعد مع تلاميذ المقراني في الدور الأول ؟

الجزء الثاني:

صندوق U_1 به عشر كرات، منها خمس كرات بيضاء والباقي سوداء، و صندوق U_2 به عشر كرات، منها سبع كرات بيضاء والباقي سوداء. جميع الكرات لانفرق بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا كرتين دفعة واحدة من U_1 و كرتين دفعة واحدة من U_2.

ما احتمال الحصول على أربع كرات سوداء؟

ما احتمال الحصول على كرة واحدة على الأقل سوداء من بين الكرات الأربع المسحوبة؟

حل:

الجزء الأول:

عدد الطرق الممكنة لتنظيم الدور الأول لمنافسة مابين الثانويات : $C_4^2 = 6$

احتمال أن يتنافس تلاميذ طالب ساعد مع تلاميذ المقراني في الدور الأول: $\frac{1}{6}$

الجزء الثاني:

احتمال الحصول على أربع كرات سوداء: $\frac{C_5^2 \times C_3^2}{C_{10}^2 \times C_{10}^2} = \frac{10\times 3}{2025} = \frac{30}{2025} = \frac{2}{135}$

احتمال الحصول على كرة واحدة على الأقل سوداء من بين الكرات الأربع المسحوبة:

بالاحتمال العكسي لهذه الحادثة أي احتمال سحب أربع كرات بيضاء:

$$1-\frac{C_5^2 \times C_7^2}{C_{10}^2 \times C_{10}^2} = 1-\frac{210}{2025} = \frac{1815}{2025} = \frac{121}{135}$$

تمرين في العد

قسم 3تر بثانوية طالب ساعد به 38 تلميذا، منهم 20 بنتا و18 ولدا.

15 تلميذا مسجلون في تخصص هندسة مدنية، 13 تلميذا في تخصص هندسة ميكانيكية و10 تلاميذ في تخصص كهرباء.

1. بكم طريقة يمكن أن نختار ثلاثة تلاميذ تخصصاتهم مختلفة مثنى مثنى؟
2. بكم طريقة يمكن أن نختار ثلاثة تلاميذ من نفس التخصص؟
3. بكم طريقة يمكن أن نختار ثلاث ممثلين للقسم (مسؤول القسم، النائب الأول والنائب الثاني)
4. بكم طريقة يمكن أن نختار الممثلين بشرط أن يكون **وليد** أحدهم؟
5. بكم طريقة يمكن أن نختار الممثلين بشرط أن لا يكون **عبد الحق** أحدهم؟
6. نختار عشوائيا 3 تلاميذ من القسم ونهتم بتخصص كل تلميذ.

X: المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد التلاميذ المسجلين في تخصص كهرباء.

أ. اكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X

ب. احسب الأمل الرياضياتي والتباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي.

احتمالات + أعداد مركبة

نلقي قطعة نقد متجانسة ثلاث مرات متتالية ونسجل الرقم 1 عند ظهور الوجه والرقم 0 عند ظهور الظهر. نسمي (E) المعادلة ذات المجهول المركب z: $az^2+bz+c=0$ حيث: a: العدد المسجل في الرمية الأولى. b: العدد المسجل في الرمية الثانية و c: العدد المسجل في الرمية الثالثة.

1. اكتب جميع المعادلات الممكنة.
2. احسب احتمال أن تقبل المعادلة حلا وحيدا.
3. احسب احتمال أن تقبل المعادلة حلين فقط مختلفين غير حقيقيين.
4. احسب احتمال أن يكون العدد i حلا لهذه المعادلة.

حل:

1. عدد الطرق التي يمكن أن نختار ثلاثة تلاميذ تخصصاتهم مختلفة مثنى مثنى:

معناه تلميذ واحد من كل تخصص $15\times13\times10=1950$

2. عدد الطرق التي يمكن أن نختار ثلاثة تلاميذ من نفس التخصص:

$$C_{15}^{3}+C_{13}^{3}+C_{10}^{3}=455+286+120=861$$

3. عدد الطرق الممكنة لاختيار ثلاث ممثلين للقسم (مسؤول القسم، النائب الأول والنائب الثاني):

$$A_{38}^{3}=38\times37\times36=50616$$

4. عدد الطرق الممكنة لاختيار الممثلين بشرط أن يكون **وليد** أحدهم:

$$3A_{37}^{2}=37\times36\times3=3996$$

5. عدد الطرق الممكنة لاختيار الممثلين بشرط أن لا يكون **عبد الحق** أحدهم:

طريقة 1: $50616-3996=46620$

طريقة 2: $A_{37}^{3}=37\times36\times35=46620$

6. قانون احتمال المتغير العشوائي X: قيم X الممكنة: $\{0,1,2,3\}$

$$P(X=0)=\frac{C_{28}^{3}}{C_{38}^{3}}=\frac{273}{703}\qquad P(X=1)=\frac{C_{10}^{1}C_{28}^{2}}{C_{38}^{3}}=\frac{315}{703}$$

$$P(X=2)=\frac{C_{10}^{2}C_{28}^{1}}{C_{38}^{3}}=\frac{105}{703}\qquad P(X=3)=\frac{C_{10}^{3}}{C_{38}^{3}}=\frac{10}{703}$$

التمرين الثاني:

المعادلات الممكنة: $0=0$، $1=0$، $x=0$، $x^2=0$، $x+1=0$، $x^2+x=0$، $x^2+1=0$، $x^2+x+1=0$

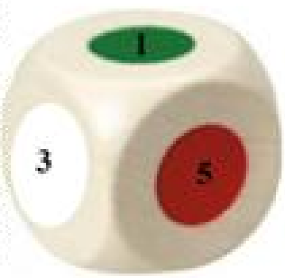
1. حساب احتمال أن تقبل المعادلة حلا وحيدا: $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$
2. حساب احتمال أن تقبل المعادلة حلين فقط مختلفين غير حقيقيين: $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$
3. حساب احتمال أن يكون العدد i حلا لهذه المعادلة: $\frac{1}{8}$

تمرين في الترتيبات

الجزء الأول:

حجر نرد متجانس مرقم من 1 إلى 6 حيث: الأوجه المرقمة بـ: 1، 2 و 4 خضراء، الوجهان المرقمان بـ 5 و 6 حمراوان، الوجه المرقم بـ 3 أبيض.

نلقي الحجر ثلاث مرات متتالية ونسجل في كل مرة لون الوجه العلوي والرقم المسجل عليه.



1. احسب احتمال الحصول على ألوان العلم الوطني.

نسمي: الحادثة A: الحصول على ثلاثة أرقام فردية.

الحادثة B: الحصول على ثلاثة أوجه حمراء.

2. احسب P(A) ، P(B) ، $P(A\cap B)$ ثم استنتج $P(A\cup B)$

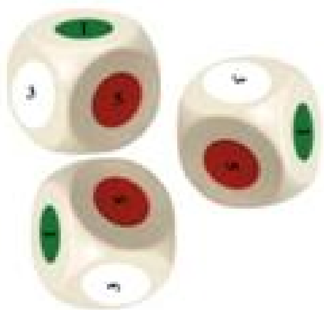
C: حادثة متنافية مع الحادثة A.

3. احسب P(C) حيث $P(A\cup C)=\frac{1}{2}$

الجزء الثاني: نسمي α العدد الظاهر في المرة الأولى، β العدد الظاهر في المرة الثانية، γ العدد الظاهر في المرة الثالثة.

1. احسب احتمال أن تكون الأعداد، α، β و γ حدود متتابعة من متتالية هندسية متزايدة تماما.
2. احسب احتمال أن تحقق الأعداد α، β و γ بهذا الترتيب: $\alpha^{\beta}=\gamma$

نقترح اللعبة التالية: يلقي لاعب حجر النرد السابق ثلاث مرات، فيحصل على نقطة واحدة عند كل ظهور للون الأخضر، ويسجل نقطتين عند كل ظهور للون الأحمر، ويسجل ثلاث نقط عند كل ظهور للون الأبيض.



نسمي X المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع النقط التي يسجلها اللاعب.

3. اكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X.
4. أحسب الأمل الرياضي، التباين و الانحراف المعياري للمتغير X .

الأستاذة [illegible] سميرة . ثانوية طالب عبد [illegible]

المستوى: السنة الثالثة ثانوي — ثانوية: طالب ساعد. عين بسام

الشعبة: علوم تجريبية — السنة الدراسية: 2020 /2021

واجب منزلي في الرياضيات

التمرين الأول:

يحتوي كيس على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينها باللمس، منها خمس كرات حمراء اللون تحمل الأرقام 1، 2، 2، 3، 4 وثلاث كرات بيضاء اللون تحمل الأرقام 0 ، 3 ، 5 و كرتان خضراوان تحملان الرقمين 0 و 2.

1. نسحب عشوائيا ثلاث قريصات من هذا الكيس دفعة واحدة.

نسمي الحادثتين: A: القريصات المسحوبة من نفس اللون. B: القريصات المسحوبة تحمل أرقاما مجموعها 8

أ- احسب $P(A)$ ، $P(B)$

ب-تحقق أن $P(A\cap B)=\frac{3}{120}$ ثم استنتج $P(A\cup B)$

تعرف X : المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عدد القريصات الخضراء المتبقية في الكيس بعد نهاية السحب

ج- أكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X

د- احسب الأمل الرياضياتي والانحراف المعياري للمتغير X

2. نسحب ثلاث قريصات من هذا الكيس واحدة تلو الأخرى دون إرجاع.

- مااحتمال الحصول على ثلاث قريصات تحمل أرقاما جداؤها معدوم.

التمرين الثاني:

I)نلقي ثلاث مرات حجر نرد متجانس ذا ستة أوجه مرقم من 1 إلى 6. نسجل في كل مرة الرقم الظاهر على الوجه العلوي له.

1. أ) احسب احتمال الحصول على نفس الرقم
2. تعرف X : المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة **عدد مرات ظهور الرقم** 1

أ) بين أن $P(X=1)=\frac{75}{216}$

ب) أكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X

II)نلقي الحجر السابق n مرة متتالية $(n>0)$ ونسجل في كل مرة الرقم الظاهر على الوجه العلوي.

3. احسب بدلالة n احتمال عدم تسجيل الرقم 1 (ولا مرة واحدة)؟ نرمز لهذا الاحتمال بـ: Pn
4. بين أن (Pn) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها.

5. f الدالة للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x)=e^{x\ln\left(\frac{5}{6}\right)}$.
6. تحقق أن الدالة f حل للمعادلة التفاضلية $y'=\ln(q)y$

حيث q هو أساس المتتالية (P_n).

7. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $f(n)=P_n$
8. احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$
9. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (Pn).
10. احسب $\lim Pn$. فسر النتيجة.

احتمالات + محاور أخرى

نلقي مرتين حجر نرد متجانس ذو ستة أوجه مرقم من 1 إلى 6. ونسجل الرقمين الظاهرين على الوجه العلوي للحجر في كل مرة. نسمي a العدد المسجل الأول و b العدد المسجل الثاني.

1) احسب احتمال أن تحقق الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $x \mapsto 3e^{-\frac{b}{a}x}$ المعادلة التفاضلية $y'=-2y$

2) احسب احتمال أن يكون العدد $a+ib$ جذرا تربيعيا للعدد المركب 2i.

3) احسب احتمال أن تكون النقطة O نقطة إنعطاف لمنحني الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $x \mapsto \cos(ax+\frac{\pi}{b})$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

4) احسب احتمال أن يقبل التحويل النقطي الذي يرفق في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=az+b$ **نقطة صامدة وحيدة.**

نلقي الحجر السابق n مرة متتالية ونسجل في كل مرة الرقم الظاهر على الوجه العلوي.

6) احسب بدلالة n احتمال عدم تسجيل قاسم للعدد 2020 (ولا مرة واحدة)؟ نرمز لهذا الاحتمال بـ Pn

7) احسب lim Pn. فسر النتيجة.